変分法同化システムへの過飽和制約の導入

澤田謙(気象研究所)

1 はじめに

数値天気予報において,予報初期の降水予測精度の 向上は大変重要な課題である.しかしながら,データ 同化を行うことでモデル変数間の水蒸気バランスが崩 れ,予報初期に降水が過度に集中してしまうスピンダ ウンと呼ばれる現象が起こる場合がある.この問題は, 対流スケールの現象をモデルで扱えるようになった頃 から知られているが,湿潤過程の複雑さや非線形性, 及び,大気中の水蒸気分布の非一様性や強局所性のた めに,未だ完全には解決されていない.特に,大気中 下層以下では水蒸気が飽和に近い状態となることも多 いため,現在のデータ同化法では非現実的な過飽和状 態が解析されてしまう事がある.

本研究では、この過飽和状態を水蒸気インバランス の要因ととらえ、過飽和制約をデータ同化手法に実装 し物理的整合性のとれた解析値を作成することでイン バランスの解消を図り、スピンダウン問題の改善に繋 げることを目的としている.

2 外点ペナルティ関数法

変分法同化システムの最小値探索部分に注目し,過 飽和,もしくは負の水蒸気状態とならない範囲で最小値 (最適値)を探索するために,制約付き最適化問題の解法 の一つである外点ペナルティ関数法を利用する.この手 法においては,目的関数 $f(\mathbf{x})$ に対する制約 ($g(\mathbf{x}) \leq 0$) 付きの最適化問題

$$\min_{\mathbf{x}\in X} f(\mathbf{x}) \quad \text{subject to } g(\mathbf{x}) \le 0 \tag{1}$$

を、制約なしの最適化問題

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbf{Y}} f_2(\mathbf{x}),\tag{2}$$

 $f_2(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \lambda \max\{0, g(\mathbf{x})\}^{\alpha} \qquad (3)$

に変更して解を求める.ここで、 $\lambda > 0 \ge \alpha \ge 1$ はペ ナルティパラメータであり、 $\lambda \max\{0, g(\mathbf{x})\}^{\alpha}$ はペナル ティ関数(項) と呼ばれる.制約の数だけペナルティ 関数が付加されることとなる.一般には λ の値を大き くしながら繰り返し無制約最適化問題(2)を解くこと で元の制約付き最適化問題(1)の解が得られるが、固 定した λ に対する最適化問題を一度解くだけで元の解 が得られる場合もあり、その際のペナルティ関数は厳 密ペナルティ関数と呼ばれる. $\alpha = 1$ の場合には十分 大きな λ を取ることで厳密ペナルティ関数となりうる ため、以下では $\alpha = 1$ とする.

この手法は、水蒸気量のみならず、上下限のある他の物理量のデータ同化にも応用が可能である.また、1990~2000年代ごろの流れの場と質量場のインバラ

ンスに起因する偽の重力波の生成を抑制するために評価関数に拘束項を加えた手法の拡張版とも考えられるが、この手法は、確率に基づく弱拘束とは異なり、制約としてより直接的に働くものである.

3 実験システム

本研究では、高品質な初期値を与えるデータ同化手 法として十分実績のある非静力学メソ4次元変分法 (JNoVA)を利用した.制約関数の構成には任意性が あるが、今回は大気中下層での水蒸気場の効果的な修 正を見込んで、

$$\begin{cases} g_{1i}(\mathbf{x}) &= qv_i(\mathbf{x}) - qvs_i(\mathbf{x}) \\ g_{2i}(\mathbf{x}) &= -qv_i(\mathbf{x}), \end{cases}$$
(4)

とした. qv_i , qvs_i は各格子点での混合比, 飽和混合比 であり, g_{1i} は過飽和状態に, g_{2i} は負の水蒸気量状態 に対する制約である. JNoVA においては,

$$J(\mathbf{x}_0) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0^b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_0^b) + \frac{1}{2} \sum_n (\mathbf{y}_n^o - H_n(\mathbf{x}_0))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}_n^o - H_n(\mathbf{x}_0)) + J_{\text{dfi}}(\mathbf{x}_0) + J_{\text{qv}}(\mathbf{x}_0)$$
(5)

の形式で実装した.ただし, \mathbf{x}_{0}^{b} は同化窓初期における 第一推定値, \mathbf{y}_{n}^{o} は時刻nの観測値であり, H_{n} は時間 発展を含んだ観測演算子, **B** と **R** はそれぞれ背景誤差 と観測誤差の共分散行列, J_{dfi} はデジタルフィルター 初期値化のための弱拘束ペナルティ項で, J_{qv} は

$$J_{qv}(\mathbf{x}_0) = \lambda \sum_{i} \left(\max\{0, g_{1i}(\mathbf{x}_0), g_{2i}(\mathbf{x}_0)\} \right)^{\alpha}, \quad (6)$$

で定義される外点ペナルティ項である.相対湿度のみ に制約を課しているが,最適値探索過程を通して他の 変数にも制約の影響が及び,バランスのとれた解析値 が作成されることが期待できる.

実際には、JNoVA では、インクリメント法が採用されているため評価関数(5)は若干の書き換えが必要である.また、最小値探索で得られた最適解をアウター モデルに引き継ぐ際、過飽和分の水蒸気を捨てるという処理がなされているため、スピンダウン問題は避けられているが、逆に初期降水が過少となっている.

4 実験結果

過飽和制約の効果を確認するために、平成 30 年 7 月豪雨の始まった 2018 年 8 月 28 日の 12UTC を対 象時刻として単発の比較実験を行なった.以下では、 従来の JNoVA による実験を Ctrl,過飽和制約を導 入した JNoVA による実験を Tests と呼ぶ. Tests に おいてはパラメータ λ の効果を確かめるため、 λ = 1,10,100,200,500,1000,10000 で実験を行った(それ ぞれ,L1,L10,L100 などと呼ぶ).

図 1a) から, L10000 を除き, Tests では Ctrl より も評価関数値の収束が若干遅くなるものの, ほぼ同程 度の値に収束することが分かる.また,ペナルティ項 J_{qv} の値はその他の項に比べて十分小さく,最終的に は λ の値によらずO(10)程度に抑えられた(図略). 図 1b)より, λ の値が大きいほど,また,大気中下層 ほど制約が満たされており,ペナルティ関数法の理論 や制約関数の構成に整合的な結果が得られていること が分かる.このような特徴は,主に,Ctrl に対しての 大気中下層での温度上昇および混合比の減少に支えら れていることが確認できた.

λの適切な値を決定することは難しいが,L100, L200,L500の最適値の状態が酷似していたため,以 下ではL200に注目して結果を示す.



図 1: a) 最小値探索時の評価関数 J の値の振る舞い. 横軸は探索回数. b) 各最適値における,制約が満たさ れていない格子点の(鉛直層ごとの)割合.

図2は、求められた最適値から出発した予報における700hPa 面の気温インクリメントの時間発展であり、 L200 では初期の負インクリメントは Ctrl に比べて控えめで FT=1 にかけての変化は緩やかなものとなっており、データ同化に起因する初期ショックが緩和されたと考えられる.



図 2: 700hPa 面における気温インクリメントの時間発 展. a) Ctrl, b) L200. 赤線は等温線.

図3の前1時間降水量の比較から, Ctrl に比べ L200 では九州北西海上にある降水の再現性が向上している ことが分かる. L200 においては, 初期時刻では Ctrl よりも大気は安定化しているものの,南西からの下層 高相当温位域の流入によりFT=2から対流活動が活性 化し,図3に見られるような降水域を形成していた. Ctrlでは過飽和状態は一律に飽和状態に置き換えられ てしまうが,L200では混合比の空間分布情報がより直 接的に予報モデルに伝わるため,降水の位置に関する 再現性が向上したと考えられる.



図 3:前1時間降水量.a)解析雨量,b)Ctrl,c)L200.

過飽和制約の導入による気温変化は小さくないが,図4に見られるように,L200では気温残差の平均(me)が減少していることが確かめられた.



図 4: 気温残差 (O-A) のヒストグラム: a) Ctrl, b) Test. 123–136°E, 30-37°N 領域内の観測に対する集計 (白)と(Ctrl で過飽和状態がより残っている) 126– 131°E, 32-35°N 領域内の観測に対する集計(灰色).

5 まとめ

今回,様々なパラメータ値($\lambda = 1, 10, ..., 10000$) を持つ過飽和制約の効果を単発の比較実験で調査した. その結果,意図したように過飽和状態が抑制され,予 報初期における降水の再現性の向上が確認できた.ま た,入の値はかなり幅広い範囲で有効であることも確 認できた.今後は,サイクル解析や異なる事例での効 果の統計的確認や,JNoVA以外の解析システムにお ける効果についても調べていきたい.

6 謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP19K23468,「富岳」成果 創出加速プログラム hp200128 の助成を受けています. また,数値予報課開発の現業メソ数値予報システムに 基づく実験システムを用いました.